

み出されたものと思われ、ここに商事にかかわるチャイニーズネスが見て取れる。

第五六七回 七月四日(水)

共に学ぶ宋・元・明の日用数学

——特に南宋楊輝の

「損乘法」「九帰」について——

東洋文庫研究員 渡辺 紘良  
獨協医科大学名誉教授

本報告は、『楊輝算法』中の「乗除通變算宝」と「法算取用本末」、特に後者の「加因代乗」と「帰減代除」、各三百題の解説によるものである。

南宋の楊輝は、沈括『夢溪筆談』の「増成法」を承け、「損乘法」を盛んに用いた。「増成法」とは、乗除を用いない割り算で、例えば、一二二を八で割る場合、除数八に補数二を加えて一〇とし、商を求めやすくする計算方法である。まず被除数首位の一を見て、商一位に一を立てる。次に商の一と同数の一回、補数を被除数下位に加えて余りと

する。即ち被除数二位の一を三とする。次いでその被除数の三を見て、商二位に三を立て、その商三と同じ回数、即ち三回、補数を被除数下位二に加え、余り八を得る。八は除数そのもので、商一に当たるから、商は一四となる。

「損乘法」(「陰乗」ともいう)は原理が同じで、商数と同じ回数、補数を加える箇所において、乗法を用いる点のみ異なる。即ち、両者は累加するか累乗するかの違いである。補数の「損」を、商で「乗」ずるから「損乘法」というのである。その乗ずることを「加還」といい、楊輝自身「帰した後、数を還し以つて闕欠を補う。逐位、帰し訖れば、随手(統けて)、零(端数)を還すなり」(「帰減代除三百題」の「二二九」の次に挿入されている言葉)と説明している。実際の除数より大きい数で割るから、余りの減った分を端数で補うのである。

これとは逆に、例えば一二で割る場合、一〇で割って(即ち除数首位は無視し)、余りの増した分を、除数二位の二の商数倍引いていく(これを「還原」という)のが、「拾式定身除」である。この「定身除」は明代の日用類書の算法門に、多数例題が見られる一方、「損乘法」は姿を消す。それは「定身除」の除数が一とか二とか或は一三とか、二位の一・二・三を明示するのに対し、「損乘法」の補数は隠されたままであるためであろう。そのような、後世の「損

乘法」消滅が、楊輝理解を困難にしたと思われる。

楊輝は、「損乘法」を「九婦」即ち割り算の九九に適用した。上記「乗除通變算室」中の「九婦新括」の、五言絶句「婦数求成十、婦余自上加、半而為五計、定位退無差」の第二句「婦余自上加」の割注、九婦十六句に、割った後の「余り」は、全て補数倍としてあるように、商 $\equiv$ 被除数に補数を「加」、即ち掛ければ求められるといっているのである。ところが、この点、往々正しく理解されていないようである。「婦余自上加」の「余」字は、大方、宜稼堂版『楊輝算法』によって、「除」とされ、楊輝の「九婦」は、後世の「婦除法」の「九婦」との関連からのみ解釈されてしまう。実際の「余り」は、「損乘法」において「加還」すべき数なのである。後世、補数累倍の活用法を忘却し、「損乘法」を扱う楊輝の乗除「三百題」に関心を払わなくなった結果、研究者自身も楊輝「九婦」の本質は即ち「損乘法」であるとの認識から遠ざかってしまったのであろう。

楊輝が、「九婦」十六句を婦数(除数)の大きいものより始めて、補数は小さくし、余りも一桁止まりとした訳は、その九婦利用の限界を弁えていたからである。「加還」は端数でなければ、便法として用いる意味が無くなる。後世の九婦は、計算の便法のため、商を大きくし、余りを小さくして、

余り $\equiv$  (被除数 $\times$ 10) - (除数 $\times$ 商)  
で求められるが、

$$\text{除数} \equiv (10 - \text{商数})$$

の補数概念を適用すると、余りは

$$(\text{被除数} \times 10) - (10 \times \text{商}) + (\text{補数} \times \text{商}) =$$

$$(\text{補数} \times \text{商}) - 10 \times (\text{商} - \text{被除数})$$

となるから、商 $\equiv$ 被除数とする楊輝「九婦」は、余りの歴大化を避けて、限定的に用いなければならないのである。

楊輝が、十六句以外の式を用い、表現は違うが、後世の九婦の式と同じものを使用しているのは、諸研究の示す所である。しかも、楊輝の五言絶句第二句の註にある九婦十六句は、後世の九婦と異なるものが、三句にとどまるが故に、後世の九婦と同列に見なされてしまうのは、止むを得ぬ処がある。しかし、両者は積算方法が異なるので、一連のものとする事は出来ないのである。

以上、この数年、明代日用百科全書『三台万用正宗』研究に参画し、その算法門訳注作業に携わっている、中国数学についての初心者の見解に過ぎないが、その『楊輝算法』「九婦」解釈については寡聞にして他に見ることが出来ない。しかし、更に進んだ解釈もあるに違いないであろう。